

Câu 1: (2,5 điểm)

Cho tín hiệu $x(t) = 5\cos(2\pi t) + 9e^{18t}u(t-1)$

Biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t)$:

- Biến đổi Fourier của tín hiệu $x_1(t) = \cos(2\pi t)$

$$X_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{j2\pi t} + e^{-j2\pi t}) e^{-j\omega t} dt$$

$$X_1(\omega) = \pi\delta(\omega - 2\pi) + \pi\delta(\omega + 2\pi) \quad (1 \text{ điểm})$$

- Biến đổi Fourier của tín hiệu $x_2(t) = e^{18t}u(t-1)$

$$X_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{18t} u(t-1) e^{-j\omega t} dt$$

$$X_2(\omega) = -\frac{e^{18-j\omega}}{18-j\omega} \quad (1 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow X(\omega) = 5[\pi\delta(\omega - 2\pi) + \pi\delta(\omega + 2\pi)] - 9\frac{e^{18-j\omega}}{18-j\omega} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 2: (1,5 điểm)

$$H(z) = \frac{2 + 2z^{-1}}{1 - 1.25z^{-1}}$$

Multiply both top and bottom by z, we have:

$$H(z) = \frac{2 + 2z^{-1}}{1 - 1.25z^{-1}} = \frac{2z + 2}{z - 5/4}$$

Pole at:

$$z - 5/4 = 0 \leftrightarrow z = 5/4$$

a. The pole and zero in z-plane. (0,5 điểm)

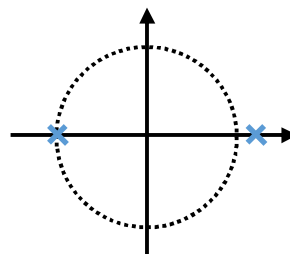
b. The system is not stable because the

the pole is outside the unit circle. (0,5 điểm)

Zero at:

$$2z + 2 = 0 \leftrightarrow z = -1$$

(0,5 điểm)



Câu 3: (3 điểm)

Xác định các thông số của bộ lọc:

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{f_s} = \frac{2\pi \times 50\text{Hz}}{200\text{Hz}} = 0.5\pi \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta\omega}{f_s} = \frac{2\pi \times 4\text{Hz}}{200\text{Hz}} = 0.04\pi \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\begin{aligned} \Delta\Omega &= \Omega_s - \Omega_p = 0.04\pi \\ \Rightarrow \Omega_p &= \Omega_s - 0.04\pi = 0.46\pi \end{aligned} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Vì $A_s = 55\text{dB} \rightarrow$ chọn cửa sổ bộ lọc là Blackman

$$w[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{K}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{K}\right); & 0 \leq n \leq K \\ 0 & ; \textit{otherwise} \end{cases} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Bậc của bộ lọc:

$$K = \frac{11\pi}{\Delta\Omega} = \frac{11\pi}{0.04\pi} = 276 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Phương trình đáp ứng xung:

$$\begin{aligned} h[n] &= h_d[n - \alpha]w[n] \\ \alpha &= \frac{K}{2} = 188 \end{aligned} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Với đáp ứng xung lý tưởng của bộ lọc thông thấp:

$$\begin{aligned} h_d[n - \alpha] &= \frac{\sin \Omega_c (n - \alpha)}{\pi (n - \alpha)}; \\ \Omega_c &= \frac{\Omega_s + \Omega_p}{2} = 0.48\pi \end{aligned} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Từ đó ta có đáp ứng xung của bộ lọc:

$$h[n] = \frac{\sin[0.48\pi(n-188)]}{\pi(n-188)} \left[0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{188}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{188}\right) \right]; 0 \leq n \leq 276 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Thay các giá trị của n vào ta được hàm đáp ứng xung. (0,25 điểm)

Câu 4: (3 điểm)

$$X(z) = \frac{3 + 5z^{-6}}{1 - 4z^{-2}} = -\frac{5}{4} \left(z^{-4} + \frac{1}{4}z^{-2} + \frac{1}{16} \right) - \frac{197/64}{1 - 4z^{-2}} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Với:

$$X_1(z) = (z^{-4} + \frac{1}{4}z^{-2} + \frac{1}{16})$$

$$\Rightarrow x_1(t) = \left[\delta(n-4) + \frac{1}{4}\delta(n-2) + \frac{1}{16}\delta(n) \right] \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$X_2(z) = \frac{197/64}{1-4z^{-2}} = \frac{197}{128} \left[\frac{1}{1-2z^{-1}} + \frac{1}{1+2z^{-1}} \right] \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow x_2(t) = \begin{cases} \frac{197}{128} [2^n u[n] + (-2)^n u[n]], & |z| > 2 \\ \frac{197}{128} [-2^n u[-n-1] - (-2)^n u[n-1]], & |z| < 2 \end{cases} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Từ đây ta có biến đổi z ngược:

$$x(t) = \begin{cases} -\frac{5}{4} \left[\delta(n-4) + \frac{1}{4}\delta(n-2) + \frac{1}{16}\delta(n) \right] - \frac{197}{128} [2^n u[n] + (-2)^n u[n]], & |z| > 2 \\ -\frac{5}{4} \left[\delta(n-4) + \frac{1}{4}\delta(n-2) + \frac{1}{16}\delta(n) \right] - \frac{197}{128} [-2^n u[-n-1] - (-2)^n u[n-1]], & |z| < 2 \end{cases} \quad (1 \text{ điểm})$$